

# 高考

FJK2X2-571

杨勤春  
福州金山中学

CNKI中国知网(中国期刊网)全文收录期刊  
《中国核心期刊(遴选)数据库》收录期刊

COLLEGE ENTRANCE  
EXAMINATION



ISSN 1673-6265



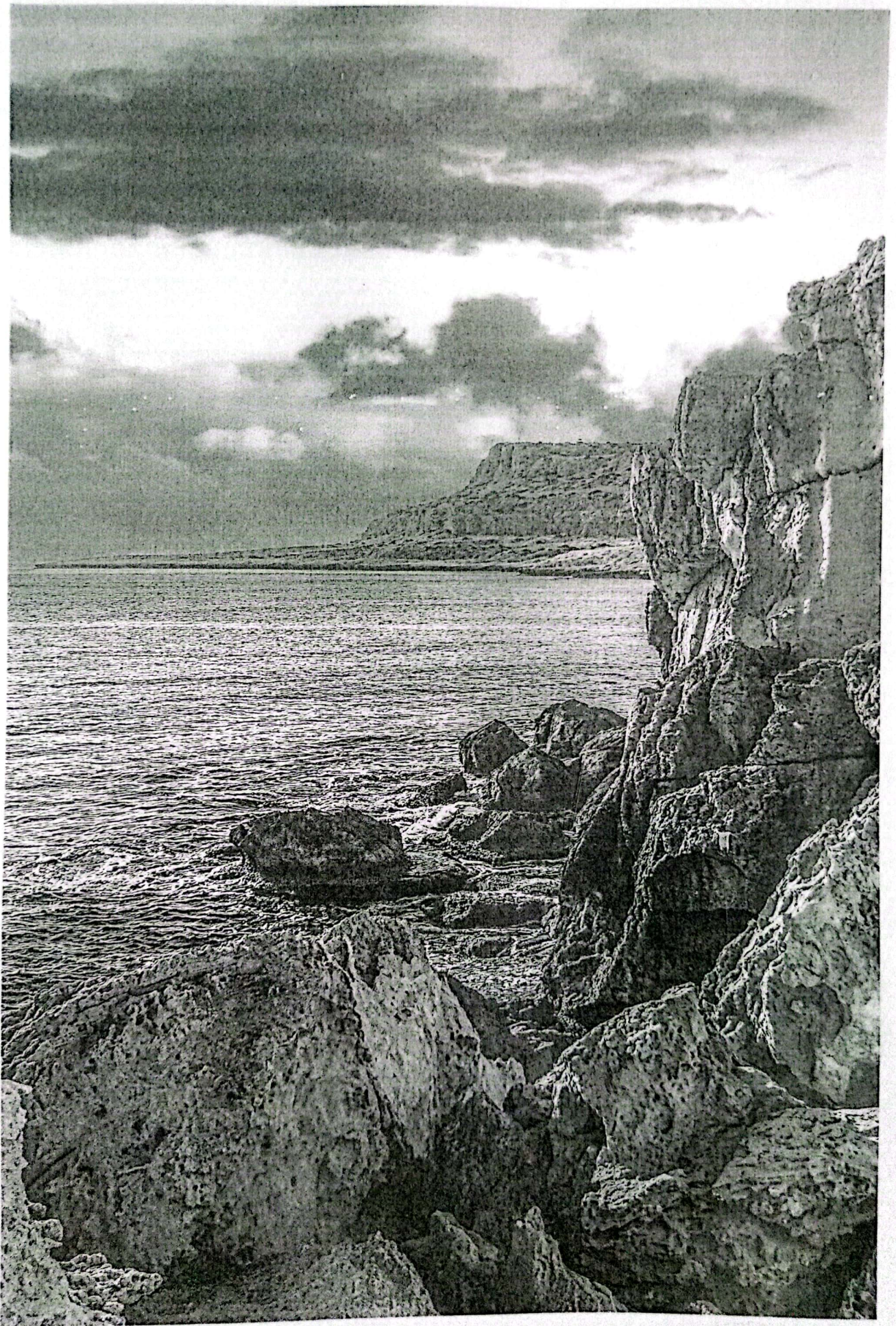
9 771673 626231

国际标准刊号 ISSN1673-6265  
国内统一刊号 CN22-1372/G4

2023 3  
M A R  
总 第467期 下旬刊



扫描全能王 创建



# 高考

CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY  
COLLEGE ENTRANCE  
EXAMINATION



主 管 中共长春市委宣传部  
主 办 长春出版传媒集团有限责任公司  
出 版 《高考》编辑部

主 编 许加封  
编 辑 贺 宇 王 耕 周 济  
发 行 部 0431-81166283  
编 辑 部 0431-85343033  
通 信 地 址 长春市长春大街 309 号  
邮 编 130041  
电 子 邮 箱 gkbjb.cc@163.com

广告经营许可证号 2201005030339  
国际标准连续出版物号 ISSN1673-6265  
国内统一连续出版物号 CN22-1372/G4  
印 刷 吉林省良辰印业有限公司  
出版日期 2023年3月20日  
定 价 50.00元

如有印装问题,请与编辑部联系调换

本出版物图文资料版权属于本社所有,未经出版者书面授权,不得以任何形式或手段对本出版物任何部分进行转载或以其他方式出版。

敬告著作权人:稿件凡经本刊使用,即视为作者同意授权本刊及本刊网络合作媒体进行电子版信息网络传播。

## · 高考论坛 ·

- 浅析高中数学思想对学生数学思维的引领及在高考考查中的渗透 蔡雪慧 03
- “三新”背景下化学高考实验题解题策略研究 陈兰兰 06
- 新高考背景下高中生物教学有效策略探析 兰帅琼 10
- 新课改背景下高中生物多元化教学实践探讨 李茂成 14
- 新课改背景下构建高中英语高效课堂的策略探析 卢春华 18
- 新高考背景下高中化学实验教学策略研究 彭福海 22

## · 考试研究 ·

- 探究高中数学教学中问题驱动式教学法的应用 丁伟萍 26
- 核心素养背景下通识教育在高中地理教学中的应用策略探析 胡 丽 30
- 高中数学立体几何的解题技巧浅析 聂祥付 34
- 新课改背景下高中数学单元教学设计的实践探究 王佳波 38
- 高中语文阅读教学与学生表达能力的培养探索 王剑云 42
- 分析英语学科核心素养在高中英语语篇教学中的实践 赵 婷 46

## · 教学研究 ·

- 高中语文深度阅读探究 黄雪娥 50
- 思政教学中高中生问题探究能力培养策略解析 金淑霞 53 01
- 试论高中化学教学中学生高阶思维能力的培养 颜有兴 56



扫描全能王 创建

构建高中物理实验室开放式管理体系的思考	方平芬 60
高中物理定律教学中培养创新思维的策略研究	刘丽娟 闫毅成 64
浅析表现性评价在高中思政课的应用	梅维丽 68
新课改背景下高中历史教学改革策略探索	唐绮颖 72
新课程标准下高中化学教学改革策略研究	王占杰 76
新课标背景下高中化学情境教学法应用策略研究	杨双通 80
核心素养视角下的高中生物深度学习探究	张爱燕 84
高中地理实践活动中发展性评价的应用刍议	张青梅 88
· 教学管理 ·	
新课程理念下高中计算机教学有效策略探究	雷 姣 92
以智慧课堂培养高中生人工智能核心素养策略初探	徐启发 95
高中物理教学中培养学生科学思维能力策略研究	李懋仕 98
现代信息技术应用于高中语文课堂教学探究	李晓强 102
高中英语分层教学理念应用路径分析	王 芸 106
高中化学实验教学融入绿色化学理念的策略探析	邢建国 110
新高考视角下高中社团主题化、课程化建设模式研究——以北海市第七中学为例	许鑫滢 114
“支架式”教学在高中化学教学中的应用策略	张冰娥 118

基于议题式教学促进思政课一体化建设的路径	张雪丹 122
高中地理教学中培养学生自主提问能力策略探析	朱 曦 126
· 教学案例 ·	
基于PBL教学法的高中生物探究·实践活动——以“生态缸的制作”为例	高雅君 张凤娟 130
高中生生物学核心素养培养策略探究	王丽丽 133
培养合情推理 有道可循——以高中圆锥曲线教学为例	杨勤春 136
高中生物实验教学模式存在的问题及创新性探究	周 霞 139
高中数学和现代教育技术深度融合策略分析	陈 林 142
漫画型材料作文的审题立意策略研究	何军蓉 146
思维导图在高中数学复习课中促进有效学习的策略研究	侍华永 乐 政 150
基于真实情境的地理教学评一致性实践——以《农业区位因素》一课教学为例	王 艳 154
· 德育教学 ·	
高中地理教学中渗透中华优秀传统文化的策略探究	李莉萍 158
高中历史教学中家国情怀培养路径探究	张金鑫 162
· 文艺与体育 ·	
思维可视化的高中视唱练耳教学设计——立足音乐学科核心素养的实践探究	凌今朝 166
立德树人视域下高中体育课程思政路径研究	王昊宇 169
体能训练对高中生预防篮球运动损伤的作用	钟振宇 173



# 培养合情推理 有道可循

## ——以高中圆锥曲线教学为例

杨勤春

(福建福州金山中学 福建福州 350008)

**摘要:**合情推理是根据已有的事实和结论,推测可能性结论的推理。在数学教学中,合情推理作为一种重要的思维方式,可以帮助学生更好地理解数学概念、研究性质、设计习例和归纳方法等数学教学中的问题。文章以圆锥曲线教学为例,阐述合情推理在数学教学中的应用。

**关键词:**合情推理;圆锥曲线;数学教学

逻辑推理是指从一些事实和命题出发,依据规则推出其他命题的素养<sup>[1]</sup>,它包括合情推理和演绎推理;合情推理是根据已有的事实和结论,推测可能性结论的推理,其推理形式主要有类比和归纳。

合情推理与严格的演绎推理不同,它注重引导学生观察、分析、联想、比较,再进行类比、归纳,继而提出猜想,它具有猜测和发现结论,探索和提供思路的作用<sup>[2]</sup>。波利亚提到:“证明某个定理之前,需先经历猜想、推测证明等过程,此过程需要更多的合情推理而非演绎推理<sup>[3]</sup>。”通常情况下,所得到的数学结论和相应的论证是先靠合情推理发现的,数学学习除演绎推理外,合情推理也起着重要作用,它们之间联系紧密,相辅相成。根据高中生心理认知和数学学科特点,在高中数学教学中培养学生的合情推理,合理且有必要,是发展学生创造性思维能力的重要组成部分。

合情推理是依据对象之间存在着一些相同或相似的元素,通过分析比较、归纳联想和类比猜测等,找到它们之间具有的一些相同或相似本质属性的思维方法。而圆锥曲线中的圆、椭圆、双曲线和抛物线不管在定义上,还是在性质和方法上,都有存在可类比和归纳的地方,圆锥曲线成了教师和学生进行合情推理的好素材;合情推理不仅可以帮助学生更好地理解数学知识,还可以激发学生学习数学的兴趣和提高解决数学问题的能力,文章结合圆锥曲线的教学,谈谈合情推理在高中数学教学中的应用。

### 一、讲授圆锥曲线概念时,进行合情推理

数学概念是数学教学中最基本的内容,学生只有将数学概念深入领会,理解其内涵和外延,并嵌入已有的认知结构当中,才能达到对数学概念的深度学习。因此,教师要认真钻研教材,知晓概念

之间蕴藏的异同点,精心设计概念教学;虽然圆锥曲线的概念有自己的特性,但某些方面也存在共性,教师可以尝试采用合情推理的思维方式进行教学。

学习椭圆第一定义时,首先让学生回顾圆的定义,即在平面内,到定点 $O$ 的距离等于定长 $r$ 的点的轨迹叫作圆,其圆心在原点的标准方程是 $x^2 + y^2 = r^2$ ,此时可以向学生提出这样问题:在平面内到两定点 $F_1$ 、 $F_2$ 的距离的和等于定长(大于 $|F_1F_2|$ )的点的轨迹将会是什么图形呢?然后通过“椭圆规”或者用“几何画板”软件画出动点的轨迹,发现它是一个椭圆,引出椭圆的定义,并推出椭圆的标准方程及其相关知识。在双曲线概念教学中,教师可以以椭圆概念教学为切入点,参照椭圆概念中距离的“和”,学生自然而然联想到距离的“差”,于是引导学生提出问题:在平面内到两定点 $F_1$ 、 $F_2$ 的距离的差等于定长的点的轨迹将会是什么图形呢?也通过“双曲线规”或者用“几何画板”软件画出动点的轨迹,可以发现它是一对双曲线,引出双曲线的定义,并推出双曲线的标准方程及其相关知识。用类比法引入概念教学,可以比较自然地圆的定义到椭圆、双曲线定义的过渡,对于抛物线的概念教学,可以先展示教材中的两道椭圆、双曲线第二定义的典型例题,归纳出椭圆或双曲线上点的特征,即点 $M(x, y)$ 到一焦点 $F(c, 0)$ 的距离与它到一定直线 $l: x = a^2/c$ 的距离之比为 $e$ ,若 $0 < e < 1$ ,则图形是椭圆,若 $e > 1$ ,则图形是双曲线。基于椭圆或双曲线第二定义中比值范围,学生自然而然联想到比值为1的情况,于是类比提出问题:若点 $M(x, y)$ 到一定点 $F$ 的距离与它到一定直线 $l$ 的距离之比为 $e = 1$ 时,问点 $M$ 的轨迹是什么图形<sup>[4]</sup>?教师提出新问题,用“几何画板”软件画出动点的轨迹,可以发现它是一条抛物线,引出抛物线的定义,并推出抛物线的标准方



程及其相关知识；这样能显示出椭圆、双曲线与抛物线概念间的密切联系，揭示了圆锥曲线内在关系，也便于在统一定义中对圆锥曲线进行分类，前后呼应，将这一章节的概念教学画了圆满的“句号”。教育家维果茨基曾经说过，当学生所学内容处于学生的“最近发展区”范围内时，学生更易于接受和理解，教师平常要引导学生回顾旧知识，从学生的经验和认知结构出发，在知识的增长点上，设计出学生容易接纳的合情推理情境，这样有力地保证学生易学、乐学、好学、善学，鼓励师生共同参与探索数学概念教学，学生如果在探究过程中遇到困难，教师可以做些提示，引导学生结合旧知识类比归纳，发现新结论，构建新知识，降低难度，突破难点，举一反三，触类旁通，去帮助学生更深层次地认识数学概念的本质。

## 二、研究圆锥曲线性质时，进行合情推理

数学知识之间经常以网状结构呈现，它们之间是相互联系，层层推进，高中阶段，学生已学过许多数学定理和性质，教师要善于启发学生利用类比、联想、猜测、归纳等思维活动，引导学生回忆一些已知的结论，猜想出一些新的命题，再对新的命题用严格的推理加以证明。圆锥曲线除了有统一的定义外，也有一些相似的结论和性质；圆作为最简单和最特殊的圆锥曲线，有些几何性质能合情推理到椭圆、双曲线和抛物线。例如，在学习圆锥曲线性质时，可以想到圆内的两个非常出名的垂直性质：

1. 圆心与弦中点的连线垂直于弦，即设线段  $AB$  是圆  $O$  内不平行于坐标轴的任意一条弦，点  $M$  是  $AB$  的中点，则有  $K_{AB} \cdot K_{OM} = -1$ ；2. 直径所对的圆周角是直角，即线段  $AB$  是圆  $O$  的直径， $PA$ 、 $PB$  是椭圆内不平行于坐标轴的任意两条相交弦，则有  $K_{PA} \cdot K_{PB} = -1$ 。既然圆有这样的性质，可以引导学生通过类比来产生联想，其他圆锥曲线是否也有这方面的性质呢？于是要求学生探索以下问题。

问题 1：线段  $AB$  是椭圆内不平行于坐标轴的任意一条弦，点  $M$  是弦  $AB$  的中点，求  $K_{AB} \cdot K_{OM}$  的值；

问题 2：线段  $AB$  是双曲线内不平行于坐标轴的任意一条弦，点  $M$  是弦  $AB$  的中点，求  $K_{AB} \cdot K_{OM}$  的值；

问题 3：线段  $AB$  经过椭圆中心的弦， $PA$ 、 $PB$  是椭圆内不平行于坐标轴的任意两条弦，求  $K_{PA} \cdot K_{PB}$  的值；

问题 4：线段  $AB$  经过双曲线中心的弦， $PA$ 、 $PB$  是双曲线内不平行于坐标轴的任意两条弦，求  $K_{PA} \cdot K_{PB}$  的值。

首先，可以把圆心在原点的圆的标准方程转

化成椭圆、双曲线的标准形式，不难推测有心圆锥曲线均有类似的性质，即当圆锥曲线是椭圆时，则  $K_{AB} \cdot K_{OM} = -b^2/a^2$ ， $K_{PA} \cdot K_{PB} = -b^2/a^2$ ；当圆锥曲线是双曲线时，则  $K_{AB} \cdot K_{OM} = b^2/a^2$ ， $K_{PA} \cdot K_{PB} = b^2/a^2$ ；其实圆锥曲线第二定义和方程结构的相似性，它们之间可类比的结论比较多，可以要求学生在没有得出答案前，不妨先猜测结论，鼓励推中有猜，猜中有推。教师经常要设置一些相关性的问题，引导学生积极广泛地归纳类比联想，从旧知识联想到新知识，从特殊联想到一般，这样有益于学生知识结构系统化，有助于对所学知识的深刻理解，有利于培养学生思维的广阔性和创造性。

## 三、设计圆锥曲线习题时，进行合情推理

用合情推理思维方式来设计圆锥曲线的专项习题，它特别注重同类别的“四基”训练题，还需要适当地对习题进行变式、延伸、推广和改造，这种做法往往可以把相关的习题归纳为一种专项习题，学生可以全力以赴地解决这一类专项习题，这种专项习题训练的好处在于学生解决问题过程中所用到的知识点和解决方法相同或相似，举一反三，融会贯通，会得到一个更加全面性和系统性的收获，对习题本质属性有更深入的理解。

圆锥曲线的习题经常计算烦琐，提高计算效率和速度，确保解题的准确性，是圆锥曲线解题教学的关键部分。教师首先可以设计相似度高且代表性强的习题，和学生一起探讨相关的解题技巧，得到一些解题模式和结论。例如，探析圆锥曲线与直线位置关系中，求经过圆锥曲线上的一点的切线方程是学生需要掌握的知识和方法，教师不妨设计一组习题。

问题 1：求经过圆  $x^2 + y^2 = 25$  上一点  $M(3, 4)$  的切线方程；

问题 2：求经过椭圆  $8x^2 + 18y^2 = 144$  上一点  $M(3, 2)$  的切线方程；

问题 3：求经过双曲线  $4x^2 - 8y^2 = 32$  上一点  $M(4, 2)$  的切线方程；

问题 4：求经过抛物线  $y^2 = 2x$  上一点  $M(2, 2)$  的切线方程。

通过以上例题的训练，可以让学生系统掌握求经过圆锥曲线上一点的切线方程的方法，认识切线的表达形式，但这还不是最终目的，此时教师可以继续设计。

问题 5：分别求出经过圆锥曲线上一点  $M(x_0, y_0)$  的切线方程。

进一步引导学生连续思考和演算，得到它们的一



般规律,即经过圆  $x^2 + y^2 = r^2$  上一点  $M(x_0, y_0)$  的切线方程是  $x_0x + y_0y = r^2$ , 经过椭圆  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$  上一点  $M(x_0, y_0)$  的切线方程是  $b^2x_0x + a^2y_0y = a^2b^2$ , 经过双曲线  $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$  上一点  $M(x_0, y_0)$  的切线方程是  $b^2x_0x - a^2y_0y = a^2b^2$ , 经过抛物线  $y^2 = 2px$  上一点  $M(x_0, y_0)$  的切线方程是  $y_0y = px_0 + px$ 。

这种方法设置习题,从圆的切线方程到椭圆、双曲线和抛物线的切线方程,从特殊到一般,轻松得到了圆锥曲线切线方程的整体知识结构,轻松而高效地掌握有关圆锥曲线的一些二级结论,提高解题速度,也使学生的思维始终处于动态之中,既能培养学生思维的连贯性,又能领略到数学的对称美与和谐美。同时,近年来高考在这个方面也比较重视,改造原有例题已经成为试题来源的一个方面。

#### 四、归纳圆锥曲线解法时,进行合理推理

解题时,如果就题论题解题,就不能发挥题目的全部价值,数学教学也会变得呆板枯燥,数学知识各个部分也就失去联系。如果在学生解完题之后,引导学生对已解答的习题进行更深入的分析、理解、归纳、总结和升华。教师平时需要注意引导学生通过合理地思考类比归纳,抓住类似事物的本质,找出它们的共同规律和解法,实现多题一解,促使学生更深刻和更高层次地思考问题。根据圆锥曲线第二定义和方程结构的相似性,它们之间可类比的解题方法相对比较多,如以下几道例题。

问题 1: 椭圆  $x^2 + 4y^2 = 4$ , 求该椭圆所有斜率为 0.5 的弦的中点的轨迹方程;

问题 2: 求以  $A(2, 1)$  为中点的双曲线  $C: 2x^2 - y^2 = 2$  的弦所在直线的方程;

问题 3: 已知  $A, B$  是抛物线  $C: y^2 = 4x$  上的两点, 线段  $AB$  的中点为  $M(2, 2)$ , 求直线  $AB$  的方程。

以上例题都是与相交弦中点有关, 直线与圆锥曲线相交弦问题的常用解法是联立方程组, 借助韦达定理, 遵循“设而不求”理念, 明确其中一种题型采用“两式相减法”求轨迹方程, 其他题目也就相应采用这样的方法。授之以法, 并开展一些适量有效的训练, 扩大了解题思路, 增强解题思维灵敏性, 完成解题后, 一定要注重思想方法的提炼, 而不提倡刷题。类比方法时也要考虑解题方法的优劣, 如提炼“求经过圆锥曲线上一点  $M(x_0, y_0)$  的切线方程”的方法时, 大部分学生采用通解法, 联立方程组, 消去  $y$  (或  $x$ ), 得到一个关于  $x$  (或  $y$ ) 的一元二次方程, 然后

根据判别式等于 0, 求出切线的斜率  $k$ , 这种常规解题方法易于想到, 但计算量比较大, 容易出错, 且花费较多时间, 可以考虑其他简化计算的方法, 如果借用导数几何意义, 数形结合, 利用求导确定在点  $M(x_0, y_0)$  处的斜率  $k$ , 可使原来复杂的计算过程有效简化。教师平时多引导和启发学生认真观察题设条件, 抓住题型的特征, 归纳出同一类型试题的解法, 并对解法从不同角度进行对比分析, 优化解题思路, 有利于培养学生思维的深刻性。

#### 结束语

合情推理是一种高层次和创造性的思维活动, 运用合情推理将数学问题进行同化、顺应、推广和创新, 既契合数学知识本身规律, 也符合学生心理认知规律。文章介绍了合情推理在圆锥曲线的概念教学、研究性质、习题设计和方法总结等方面的应用, 并通过具体案例分析了其实际应用效果。可以看出, 在高中数学教学中, 合情推理可以帮助学生更好地理解数学概念和解决相关问题, 提升他们的数学思维和解决问题的能力。教师在教学中可以运用合情推理的原理和方法, 引导学生解决各种数学问题。

合情推理也存在一定的不确定性和局限性, 由于它是一种基于经验和直觉的推理方法, 可能会受到个人认知水平、主观偏见以及不可抗拒的外部因素的影响, 导致结论的不准确或偏差, 出现与客观事实不一定相符的情况。在数学教学中, 教师要不遗余力地指导学生学会合情推理思维方式, 多从已有的知识和方法中得到启发, 洞察和探索研究对象和研究方法, 也要提醒他们客观分析和理性思考, 准确地掌握数学问题的本质, 发现它们具有某种相似性, 找到一些可拓展的数学问题, 提升他们的数学素养和创新能力。

#### 参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017版)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2017.
- [2] 陈东珊. 中学数学猜想教学的策略[J]. 教育, 2013(30):30-31.
- [3] 曲薇薇. 合情推理能力的培养措施[J]. 数学教学通讯, 2022(3):65-66.
- [4] 王海青, 曹广福. 高中圆锥曲线的概念教学重构[J]. 数学教育学报, 2022(4):7-13.

本文系福建省教育科学“十四五”规划 2021 年度课题“基于深度学习的课堂评价研究”(课题批准号: FJKZX21-571) 的研究成果。

